

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 02.07.2013

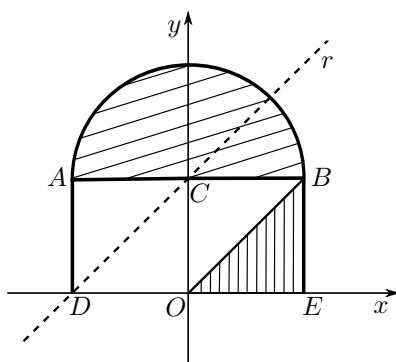
COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

C.D.L.:  AMBLT  AUTLT  CIVLT  MATLT  MECLT ANNO DI CORSO:  2  ALTRO

FILA 1

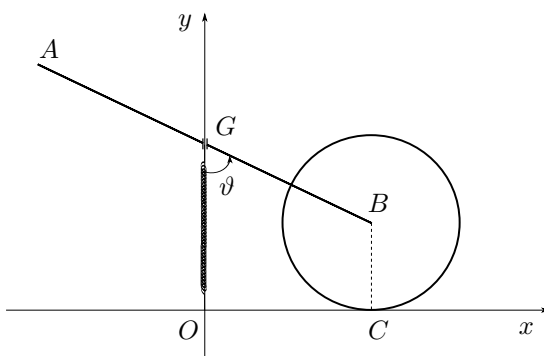
ESERCIZIO 1. Nel riferimento cartesiano ortogonale  $Oxy$ , si consideri un corpo rigido costituito da un'asta omogenea  $AD$ , di massa  $m$ , da un triangolo rettangolo isoscele omogeneo  $OEB$ , di massa  $m$  e da un semidisco omogeneo, di massa  $\frac{m}{2}$  (vedi figura). Nel caso in cui  $AD = OE = AC = R$ , determinare:

1. l'ordinata del baricentro del corpo rigido (punti 3);
2. il momento d'inerzia  $I_r$  del corpo rigido rispetto alla retta  $r$ , passante per i punti  $C$  e  $D$  (punti 7).



ESERCIZIO 2. In un piano verticale  $Oxy$  si consideri un sistema materiale pesante costituito da un disco omogeneo, di massa  $m$  e raggio  $R$ , e da un'asta omogenea  $AB$ , di massa  $m$  e lunghezza  $4R$ . Il disco rotola senza strisciare sull'asse  $Ox$ , mentre l'asta ha il baricentro  $G$  scorrevole senza attrito sull'asse  $Oy$  e l'estremo  $B$  incernierato senza attrito nel centro del disco.

Oltre alle forze peso, sull'asta agisce una molla ideale di costante elastica  $k = \frac{mg}{R}$ , che collega  $G$  con  $O$  e sul disco agisce una coppia di momento  $\vec{M} = 6mgR \sin\vartheta \vec{i} \times \vec{j}$ , dove si è scelto come parametro lagrangiano l'angolo  $\vartheta = \widehat{OGB}$ ,  $\vartheta \in [0, 2\pi)$ . Si chiede di:



1. verificare che la velocità angolare del disco è  $\vec{\omega}_D = -2 \cos\theta \dot{\theta} \vec{k}$ ; (punti 3);
2. determinare la funzione potenziale delle forze attive agenti sul sistema (punti 3);
3. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema (punti 3);
4. determinare l'energia cinetica del sistema (punti 4);
5. determinare il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo  $C$ :  $\vec{K}_C$  (punti 4);
6. calcolare le reazioni vincolari esterne ed interne all'equilibrio (punti 5).

---

AVVERTENZE:

1. Non è consentita la consultazione di testi e appunti.
2. Durata della prova: 120 minuti.
3. Ammissione alla prova orale con punteggio 16/30.

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 02.07.2013

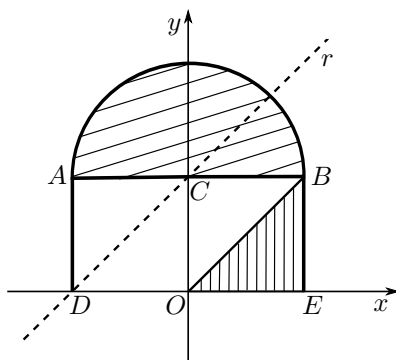
COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

C.D.L.:  AMBLT  AUTLT  CIVLT  MATLT  MECLT ANNO DI CORSO:  2  ALTRO

FILA 2

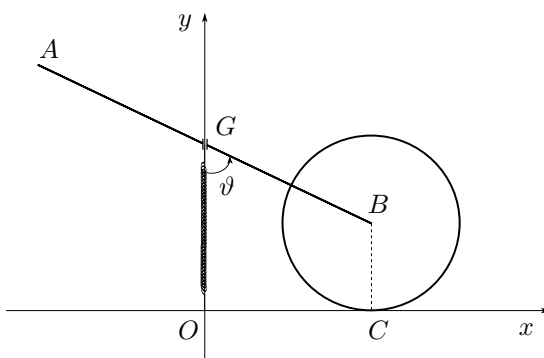
ESERCIZIO 1. Nel riferimento cartesiano ortogonale  $Oxy$ , si consideri un corpo rigido costituito da un'asta omogenea  $AD$ , di massa  $\frac{m}{3}$ , da un triangolo rettangolo isoscele omogeneo  $OEB$ , di massa  $m$  e da un semidisco omogeneo, di massa  $\frac{m}{2}$  (vedi figura). Nel caso in cui  $AD = OE = AC = R$ , determinare:

1. l'ordinata del baricentro del corpo rigido (punti 3);
2. il momento d'inerzia  $I_r$  del corpo rigido rispetto alla retta  $r$ , passante per i punti  $C$  e  $D$  (punti 7).



ESERCIZIO 2. In un piano verticale  $Oxy$  si consideri un sistema materiale pesante costituito da un disco omogeneo, di massa  $m$  e raggio  $R$ , e da un'asta omogenea  $AB$ , di massa  $m$  e lunghezza  $4R$ . Il disco rotola senza strisciare sull'asse  $Ox$ , mentre l'asta ha il baricentro  $G$  scorrevole senza attrito sull'asse  $Oy$  e l'estremo  $B$  incernierato senza attrito nel centro del disco.

Oltre alle forze peso, sull'asta agisce una molla ideale di costante elastica  $k = \frac{mg}{R}$ , che collega  $G$  con  $O$  e sul disco agisce una coppia di momento  $\vec{M} = 2mgR \sin\vartheta \vec{j} \times \vec{i}$ , dove si è scelto come parametro lagrangiano l'angolo  $\vartheta = \widehat{OGB}$ ,  $\vartheta \in [0, 2\pi)$ . Si chiede di:



1. verificare che la velocità angolare del disco è  $\vec{\omega}_D = -2 \cos\theta \dot{\theta} \vec{k}$ ; (punti 3);
2. determinare la funzione potenziale delle forze attive agenti sul sistema (punti 3);
3. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema (punti 3);
4. determinare l'energia cinetica del sistema (punti 4);
5. determinare il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo  $C$ :  $\vec{K}_C$  (punti 4);
6. calcolare le reazioni vincolari esterne ed interne all'equilibrio (punti 5).

---

AVVERTENZE:

1. Non è consentita la consultazione di testi e appunti.
2. Durata della prova: 120 minuti.
3. Ammissione alla prova orale con punteggio 16/30.

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 02.07.2013

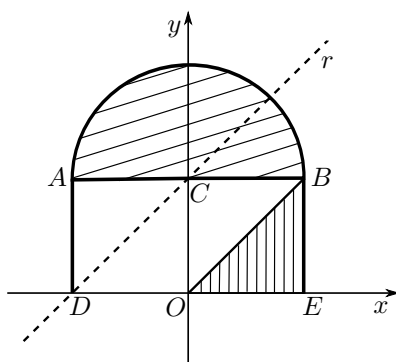
COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

C.D.L.:  AMBLT  AUTLT  CIVLT  MATLT  MECLT ANNO DI CORSO:  2  ALTRO

**FILA 3**

ESERCIZIO 1. Nel riferimento cartesiano ortogonale  $Oxy$ , si consideri un corpo rigido costituito da un'asta omogenea  $AD$ , di massa  $m$ , da un triangolo rettangolo isoscele omogeneo  $OEB$ , di massa  $\frac{m}{2}$  e da un semidisco omogeneo, di massa  $\frac{m}{2}$  (vedi figura). Nel caso in cui  $AD = OE = AC = R$ , determinare:

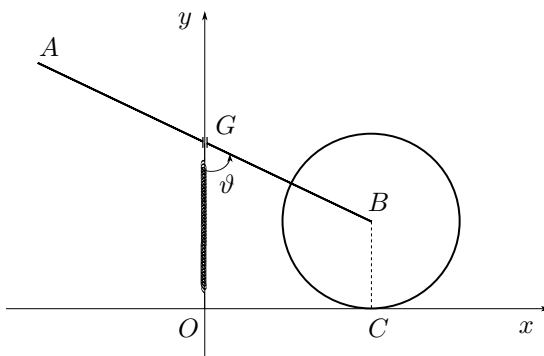
1. l'ordinata del baricentro del corpo rigido (punti 3);
2. il momento d'inerzia  $I_r$  del corpo rigido rispetto alla retta  $r$ , passante per i punti  $C$  e  $D$  (punti 7).



ESERCIZIO 2. In un piano verticale  $Oxy$  si consideri un sistema materiale pesante costituito da un disco omogeneo, di massa  $m$  e raggio  $R$ , e da un'asta omogenea  $AB$ , di massa  $m$  e lunghezza  $4R$ . Il disco rotola senza strisciare sull'asse  $Ox$ , mentre l'asta ha il baricentro  $G$  scorrevole senza attrito sull'asse  $Oy$  e l'estremo  $B$  incernierato senza attrito nel centro del disco.

Oltre alle forze peso, sull'asta agisce una molla ideale di costante elastica  $k = \frac{mg}{R}$ , che collega  $G$

con  $O$  e sul disco agisce una coppia di momento  $\vec{M} = \frac{2(2\sqrt{3}-3)}{3} mgR \sin\vartheta \vec{j} \times \vec{i}$ , dove si è scelto come parametro lagrangiano l'angolo  $\vartheta = \widehat{OGB}$ ,  $\vartheta \in [0, 2\pi)$ . Si chiede di:



1. verificare che la velocità angolare del disco è  $\vec{\omega}_D = -2 \cos\theta \dot{\theta} \vec{k}$ ; (punti 3);
2. determinare la funzione potenziale delle forze attive agenti sul sistema (punti 3);
3. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema (punti 3);
4. determinare l'energia cinetica del sistema (punti 4);
5. determinare il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo  $C$ :  $\vec{K}_C$  (punti 4);
6. calcolare le reazioni vincolari esterne ed interne all'equilibrio (punti 5).

---

AVVERTENZE:

1. Non è consentita la consultazione di testi e appunti.
2. Durata della prova: 120 minuti.
3. Ammissione alla prova orale con punteggio 16/30.

PROVA SCRITTA DI MECCANICA RAZIONALE - 02.07.2013

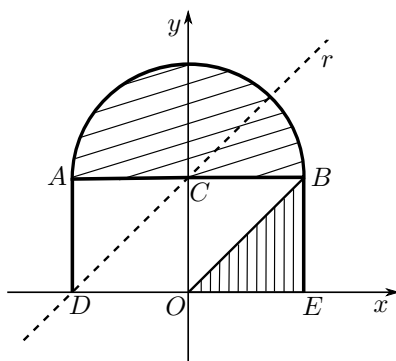
COGNOME E NOME ..... N. MATRICOLA .....

C.D.L.:  AMBLT  AUTLT  CIVLT  MATLT  MECLT ANNO DI CORSO:  2  ALTRO

FILA 4

ESERCIZIO 1. Nel riferimento cartesiano ortogonale  $Oxy$ , si consideri un corpo rigido costituito da un'asta omogenea  $AD$ , di massa  $2m$ , da un triangolo rettangolo isoscele omogeneo  $OEB$ , di massa  $3m$  e da un semidisco omogeneo, di massa  $3m$  (vedi figura). Nel caso in cui  $AD = OE = AC = R$ , determinare:

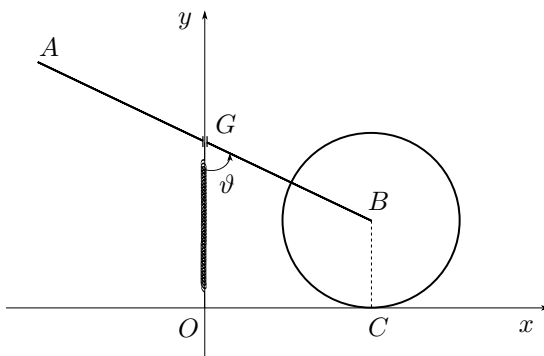
1. l'ordinata del baricentro del corpo rigido (punti 3);
2. il momento d'inertia  $I_r$  del corpo rigido rispetto alla retta  $r$ , passante per i punti  $C$  e  $D$  (punti 7).



ESERCIZIO 2. In un piano verticale  $Oxy$  si consideri un sistema materiale pesante costituito da un disco omogeneo, di massa  $m$  e raggio  $R$ , e da un'asta omogenea  $AB$ , di massa  $m$  e lunghezza  $4R$ . Il disco rotola senza strisciare sull'asse  $Ox$ , mentre l'asta ha il baricentro  $G$  scorrevole senza attrito sull'asse  $Oy$  e l'estremo  $B$  incernierato senza attrito nel centro del disco.

Oltre alle forze peso, sull'asta agisce una molla ideale di costante elastica  $k = \frac{mg}{R}$ , che collega  $G$

con  $O$  e sul disco agisce una coppia di momento  $\vec{M} = \frac{2(2\sqrt{3} + 3)}{3} mgR \sin\vartheta \vec{i} \times \vec{j}$ , dove si è scelto come parametro lagrangiano l'angolo  $\vartheta = \widehat{OGB}$ ,  $\vartheta \in [0, 2\pi)$ . Si chiede di:



1. verificare che la velocità angolare del disco è  $\vec{\omega}_D = -2 \cos\theta \dot{\theta} \vec{k}$ ; (punti 3);
2. determinare la funzione potenziale delle forze attive agenti sul sistema (punti 3);
3. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema (punti 3);
4. determinare l'energia cinetica del sistema (punti 4);
5. determinare il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo  $C$ :  $\vec{K}_C$  (punti 4);
6. calcolare le reazioni vincolari esterne ed interne all'equilibrio (punti 5).

---

AVVERTENZE:

1. Non è consentita la consultazione di testi e appunti.
2. Durata della prova: 120 minuti.
3. Ammissione alla prova orale con punteggio 16/30.