

**Studente:** \_\_\_\_\_  
**Data:** \_\_\_\_\_

**Docente:** Maria Grazia Naso  
**Corso:** Biotechnologie - Matematica -  
 2016/17

**Attività:** Prova finale BIOTECH  
 20/12/2016

1. Determina  $\lim_{x \rightarrow 49} \frac{\sqrt{x} - 7}{x - 49}$ .

$\lim_{x \rightarrow 49} \frac{\sqrt{x} - 7}{x - 49} =$  \_\_\_\_\_

(Inserisci un intero o una frazione semplificata.)

2. Determina tutti gli asintoti (verticali, orizzontali e obliqui) della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{x + e^{4x}}{e^{4x} - 1}$$

Asintoto verticale:  $x =$  \_\_\_\_\_.

Asintoto orizzontale:  $y =$  \_\_\_\_\_.

Asintoto obliquo:  $y =$  \_\_\_\_\_.

3. Risolvi l'equazione differenziale.

$$y' = \sqrt{\frac{7y}{3t}}$$

Trova tutte le soluzioni costanti di  $y' = \sqrt{\frac{7y}{3t}}$ . Scegli la risposta corretta ed eventualmente completala.

A.  $y =$  \_\_\_\_\_

(Usa un punto e virgola per separare le risposte se necessario.)

B. Non ci sono soluzioni costanti.

Scrivi la soluzione generale di  $y' = \sqrt{\frac{7y}{3t}}$ .

$y =$  \_\_\_\_\_

(Usa C come costante arbitraria.)

4. Determina il limite di  $f(x) = \frac{-5 + \frac{8}{x}}{9 - \frac{5}{x^2}}$  al tendere di  $x$  a  $+\infty$  e al tendere di  $x$  a  $-\infty$ .

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$  \_\_\_\_\_

(Inserisci una frazione semplificata.)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$  \_\_\_\_\_

(Inserisci una frazione semplificata.)

5. Differenzia.

$$f(x) = \ln \left( \frac{x^8 - 6}{x} \right)$$

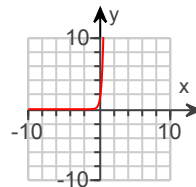
$f'(x) =$  \_\_\_\_\_

6. Traccia il grafico della funzione.

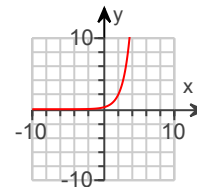
$$f(x) = e^{0,25x}$$

Scegli il grafico corretto.

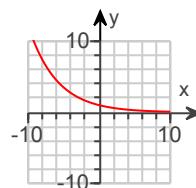
A.



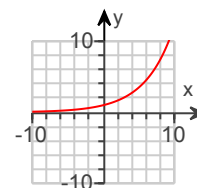
B.



C.



D.



7. Determina il limite seguente.

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin 14y}{15y}$$

Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

A.  $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin 14y}{15y} =$  \_\_\_\_\_ (Semplifica la risposta.)

B. Il limite non esiste.

8. Trova la soluzione generale dell'equazione data.

$$5y'' + 30y = 0$$

Scegli la soluzione corretta.  $c_1$  e  $c_2$  sono costanti arbitrarie.

A.  $y = c_1 \cos \sqrt{6}x + c_2 \sin \sqrt{6}x$

B.  $y = e^{\sqrt{6} \cdot x} (c_1 \cos x + c_2 \sin x)$

C.  $y = c_1 e^{\sqrt{6} \cdot x} + c_2 x e^{\sqrt{6} \cdot x}$

D.  $y = c_1 e^{-\sqrt{6} \cdot x} + c_2 e^{\sqrt{6} \cdot x}$

9. Calcola l'integrale  $\int 3 \sin \sqrt{x} dx$  utilizzando il metodo d'integrazione per parti.

Scegli la risposta corretta.

- A.  $-6\sqrt{x} \cos \sqrt{x} + 6 \cos \sqrt{x} + C$
- B.  $-6\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + 6 \sin \sqrt{x} + C$
- C.  $-6\sqrt{x} \cos \sqrt{x} + 6 \sin \sqrt{x} + C$
- D.  $-6\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + 6 \cos \sqrt{x} + C$

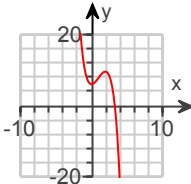
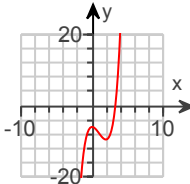
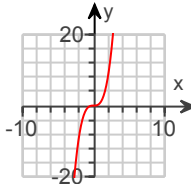
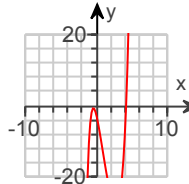
10. Usa gli sviluppi di Taylor per calcolare  $\lim_{x \rightarrow \infty} 3x^3 (e^{-1/x^3} - 1)$ .

$\lim_{x \rightarrow \infty} 3x^3 (e^{-1/x^3} - 1) =$  \_\_\_\_\_  
 (Semplifica la risposta.)

11. Disegna la funzione e trova le coordinate degli estremi locali e dei punti di flesso.

$$f(x) = e^x - 7e^{-x} - 8x$$

Scegli il grafico corretto.

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

Se esiste un punto di massimo locale, quali sono le sue coordinate? Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- A. \_\_\_\_\_  
 (Inserisci una risposta esatta. Inserisci una coppia ordinata e usa un punto e virgola per separare le soluzioni, se necessario.)
- B. Non esiste un punto di massimo locale.

Se esiste un punto di minimo locale, quali sono le sue coordinate? Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- A. \_\_\_\_\_  
 (Inserisci una risposta esatta. Inserisci una coppia ordinata e usa un punto e virgola per separare le soluzioni, se necessario.)
- B. Non esiste un punto di minimo locale.

Se esiste un punto di flesso, quali sono le sue coordinate? Scegli la risposta corretta e, se necessario, completala.

- A. \_\_\_\_\_  
 (Inserisci una risposta esatta. Inserisci una coppia ordinata e usa un punto e virgola per separare le soluzioni, se necessario.)
- B. Non esiste un punto di flesso.

12. Trova gli asintoti orizzontali e verticali della seguente funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 17}{\log(x + 5)}$$

La funzione ammette un asintoto (1) \_\_\_\_\_ di equazione \_\_\_\_\_.

- (1)  orizzontale  
 verticale

13. Determina il limite seguente.

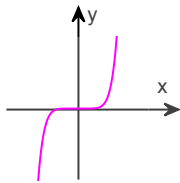
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 25} - \sqrt{x^2 - 9})$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 25} - \sqrt{x^2 - 9}) = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (Semplifica la risposta.)}$$

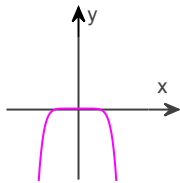
14. Collega l'equazione  $y = x^7$  con il rispettivo grafico. Non utilizzare strumenti grafici e giustifica la risposta.

Scegli il grafico corretto.

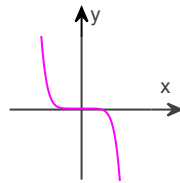
A.



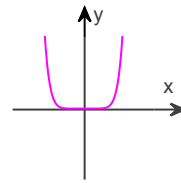
B.



C.



D.



Scegli la risposta corretta.

- A. Il grafico di  $x^7$  è simmetrico rispetto all'origine. Inoltre, le funzioni potenza con esponente dispari sono crescenti lungo l'intera retta dei reali  $(-\infty, +\infty)$ .
- B. Il grafico di  $x^7$  è simmetrico rispetto all'origine. Inoltre, le funzioni potenza con esponente dispari sono crescenti nell'intervallo  $(-\infty, 0]$  e decrescenti in  $[0, +\infty)$ .
- C. Il grafico di  $x^7$  è simmetrico rispetto all'asse y. Inoltre, le funzioni potenza con esponente dispari sono crescenti lungo l'intera retta dei reali  $(-\infty, +\infty)$ .

15. Calcola l'integrale.

$$\int \frac{4}{\sqrt{x} (1 + 4\sqrt{x})^2} dx$$

$$\int \frac{4}{\sqrt{x} (1 + 4\sqrt{x})^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$$

(Usa C come costante generica.)

1.  $\frac{1}{14}$

---

2.  $\frac{1}{4} \ln 1$

1

$-\frac{1}{1}x$

---

3. A.  $y = \underline{\quad 0 \quad}$  (Usa un punto e virgola per separare le risposte se necessario.)

$\left(\sqrt{\frac{7t}{3}} + C\right)^2$

---

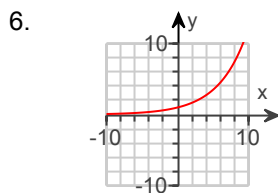
4.  $-\frac{5}{9}$

$-\frac{5}{9}$

---

5.  $\frac{7x^8 + 6}{x(x^8 - 6)}$

---



D.

---

7. A.  $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin 14y}{15y} = \underline{\quad \frac{14}{15} \quad}$  (Semplifica la risposta.)

---

8. A.  $y = c_1 \cos \sqrt{6}x + c_2 \sin \sqrt{6}x$

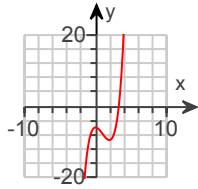
---

9. C.  $-6\sqrt{x} \cos \sqrt{x} + 6 \sin \sqrt{x} + C$

---

10.  $-3$

---



11. B.

A.  $(0; -6)$

(Inserisci una risposta esatta. Inserisci una coppia ordinata e usa un punto e virgola per separare le soluzioni, se necessario.)

A.  $(\ln 7; 6 - 8 \ln 7)$

(Inserisci una risposta esatta. Inserisci una coppia ordinata e usa un punto e virgola per separare le soluzioni, se necessario.)

A.  $\left(\frac{1}{2} \ln 7; -4 \ln 7\right)$

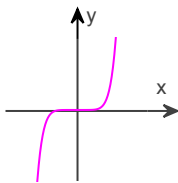
(Inserisci una risposta esatta. Inserisci una coppia ordinata e usa un punto e virgola per separare le soluzioni, se necessario.)

12. (1) verticale

$x = -4$

13. 0

14.



A.

A.

Il grafico di  $x^7$  è simmetrico rispetto all'origine. Inoltre, le funzioni potenza con esponente dispari sono crescenti lungo l'intera retta dei reali  $(-\infty, +\infty)$ .

15.  $-\frac{2}{1+4\sqrt{x}} + C$