LE RAGIONI DEL FARE MATEMATICO

Claudio GIORGI

1. Premessa

Quello che vi voglio raccontare è una riflessione sulla mia esperienza di apprendimento e di insegnamento della matematica. Non appena un resoconto di fatti accaduti o di impressioni, quindi, ma un giudizio che possa mettere a fuoco le ragioni del mio "fare matematico". Quella che ascolterete non si può neppure definire una conferenza, cioè una esposizione di idee razionalmente concatenate ed impacchettate in modo da apparire il più possibile "oggettive". Anzi, cercherò di documentare come la "soggettività" nell'apprendere e nell'insegnare costituisca un elemento indispensabile al fenomeno della comunicazione e della comprensione delle "scienze esatte", non un limite ad esso.

Spero che questo approccio sia adeguato al progetto ambizioso di questa Accademia ed in particolare al tema che mi è stato assegnato "Le ragioni del fare matematico" (o del "fare matematica", per l'identità tra metodo ed oggetto)". Tuttavia, anche se l'approccio non fosse adeguato, io non sarei in grado di parlarvene che in questo modo. In un modo, cioè, profondamente *soggettivo*, basato sulla mia esperienza diretta, a partire dal mio "io". Non posso parlare altro che delle "mie" ragioni del fare, maturate all'interno dalla "mia" esperienza dell'apprendere e dell'insegnare la "mia" matematica. Come di uno che, cercando di sorprendersi "in azione", ha maturato con sorpresa (ma molto lentamente e molto faticosamente) una coscienza organica del proprio lavoro di "matematico".

Vorrei chiarire che questa non è appena la premessa formale di un discorso. E' il metodo con cui ho cercato di affrontare tutta la mia vita. Non dico che sia l'unico modo per farlo (non sono così presuntuoso), ma è l'unico modo con cui *io* sono stato in grado di farlo.

Per comprendere meglio come si sia sviluppata questa coscienza, vi devo raccontare due episodi, che sono anche due tappe della mia vita.

Primo episodio.

In terza Liceo Scientifico cambia l'insegnante di matematica ed arriva un anziano laureato in Farmacia. Poco sa e nulla sa spiegare. I compagni mi chiedono: vai su tu alla lavagna ed aiutaci a capire. Ma per spiegare bene occorre capire bene: allora mi metto a studiare da solo il libro di Matematica (il mitico Ghisetti e Corvi). Quel momento ha deciso la mia vita: sono diventato protagonista del processo di acquisizione della conoscenza, per la prima volta "studioso" di Matematica. Fino ad allora i libri della materia erano serviti solo per fare gli esercizi: il professore spiegava in classe e per verificare se avevi capito, mica faceva spiegare a te l'argomento… no, ti faceva fare gli esercizi (o crocettare le risposte multiple). Così non si possono imparare i concetti ed il metodo: si diventa solo esecutori di protocolli. In terza liceo, ho scoperto così che mi piaceva studiare ed insegnare la matematica. "Spiegare" non è solo dire ad altri come uno ha capito gli argomenti studiati, ma anche avvicinare quegli argomenti agli altri, il che implica anche capire gli altri, ed in particolare il loro modo di ragionare. E' come nell'esperienza di ciò in cui credi nella vita: non è davvero tua se non sai darne le ragioni agli altri.

Secondo episodio.

All'Università mi piaceva studiare ed insegnare la matematica, ma questo non mi bastava. Mi domandavo "perché mi piace la matematica? Perché altri la odiano? Serve a qualcosa nella vita?". Mi domandavo quali fossero le ragioni di questa mia passione ed i legami, i nessi, con il resto della mia vita e con il mio destino. Mi domandavo quale giudizio dovessi dare sul sapere matematico, sul ruolo di questo tipo di conoscenza in relazione con le altre forme di razionalità ed alla fede stessa. All'epoca, però, riducevo questa domanda all'ambito filosofico-razionalistico e cercavo una risposta nell'assunzione di categorie intellettuali. Ricordo bene in quegli anni gli incontri o i seminari. Incontri vissuti col desiderio di imparare le categorie adeguate - epistemologiche e metafisiche - per l'affronto delle nostre discipline: la matematica e la fisica. In questo sforzo, però, non mi sentivo a mio agio: da un lato non mi ritenevo adeguato, dall'altro non riuscivo a fare mie quelle categorie. Come chi entra in un negozio e si prova tanti abiti senza sentirne nessuno come suo. Da allora non ho fatto nulla di speciale: semplicemente, non mi sono scoraggiato. Ho continuato a fare matematica ed a prendere sul serio le domande, senza scoraggiarmi se le risposte non arrivavano subito, assolutamente fiducioso che quelle risposte esistevano, ed io prima o poi le avrei incontrate.

Conclusioni.

Io mi sono domandato, mi domando (da quarant'anni, ormai, con caparbietà e tenacia) ed oggi domando anche a voi: cosa c'entra la matematica con le stelle, cioè con me, con te e col nostro destino? Non è facile prendere sul serio una domanda così radicale. Soprattutto è difficile mantenerla viva nel tempo, senza avvilirsi perché non si riesce a trovare subito (anzi, per degli anni!) una risposta convincente.

Se oggi mi volto indietro mi rendo conto che scoprire le ragioni del "fare matematica", i suoi nessi con il mio destino e con il resto della realtà, è il compito di tutta la mia vita professionale. E' scoprire la mia vocazione, ciò per cui Dio mi ha fatto nascere così come sono. Infatti, le ragioni profonde della mia passione per una materia così (apparentemente) arida hanno reso ragionevoli anche tutti i limiti umani che a questa passione si accompagnano (almeno nel mio caso, una certa dose di autismo, di ipersensibilità emotiva, una elevata timidezza con conseguente solitudine, ecc.).

Nella mia limitatezza intellettuale, nel non sentirmi a mio agio nell'utilizzare i giudizi che altri (anche autorevoli) davano sulla matematica, io sono riuscito a trovare una sola soluzione: quella di "fare" la matematica, di farla meglio che potevo e di farla come uomo intero, cosciente di sé, paragonando quello che stavo facendo con tutto (ma proprio tutto) il resto.

Questo atteggiamento, sebbene molto ma molto faticosamente, ha dato i suoi frutti, cioè mi ha dato la possibilità di non essere inghiottito dall'aridità della matematica e dalla scontatezza dei luoghi comuni su di essa, mi ha permesso di trovare pian piano la posizione eretta di fronte ad essa ed una mia visione di essa: le *ragioni* dell'agire sono emerse a poco a poco, queste hanno prodotto *convinzioni ben radicate* e con esse si sono delineati gli *argomenti* per comunicare dialetticamente tali convinzioni agli altri. Come dice Florenskij, la misteriosa bellezza della matematica si svela solo "dopo esserci rimasti accanto per un po'..." (dove quel "po'" potrebbe durare anche molti anni....)

2. La matematica: capacità dell'uomo di leggere la realtà

La matematica fa parte del modo con cui l'uomo ha coscienza di ciò che lo circonda. Essa costituisce un aspetto della sua intelligenza, ovvero della sua capacità di leggere la realtà.

La matematica fornisce all'uomo una reale conoscenza? Il numero 1033 è primo, sarà sempre primo, e lo è anche per gli extraterrestri. E' una verità indipendente dall'uomo. Un triangolo o un qualunque poligono regolare hanno proprietà "oggettive", indipendenti dalla intelligenza che li esamina. Ma nello stesso tempo sia il numero, sia il poligono regolare non esistono in natura: sono il frutto di una astrazione. La Matematica è una *produzione totalmente umana*, strumento umano del suo rendersi consapevole della natura, ma nello stesso tempo è *assolutamente oggettiva*, i suoi teoremi sono verità incontrovertibili ed i suoi metodi razionali sono rigorosi, non modificabili dal soggetto che li usa. La relazione di Bramanti ha ampiamente sviluppato questo punto.

Il “fare matematico” si fonda su due certezze: che *la verità esiste*, indipendentemente da chi la cerca; che la verità è attingibile, cioè *può essere svelata all’intelligenza umana* ed essere compresa. Se ci pensate bene, è sorprendente che una pura creazione della mente umana possa svelare i segreti della natura. Questo era anche lo stupore che riempiva Einstein quando scriveva a Solovine:

“Non ho mai trovato un’espressione migliore di ‘religioso’ per questa fiducia nella natura razionale della realtà e della sua particolare accessibilità alla mente umana. Dove manca tale fiducia la scienza degenera in un processo senza ispirazione. Non importa se i preti ne traggono vantaggio, non esiste rimedio a ciò”.

[*Lettres à Maurice Solovine*, Parigi, Gauthier-Villars 1956, p. 102]

Questa fiducia ‘religiosa’ nella capacità di leggere la realtà è stata ribadita recentemente anche da Benedetto XVI nel Discorso al IV Convegno della Chiesa Italiana (Verona, 19 ottobre 2006).

Per la mirabile corrispondenza tra le sue strutture (creazioni dell'intelligenza) e le strutture della realtà possiamo dire con Galileo che "il libro della natura è scritto con caratteri matematici", ovvero che i fenomeni naturali hanno una dimensione matematica. Tutta la scienza, non solo la matematica, è essenzialmente basata su questo. Se non ci fosse questa fiducia nell’esistenza della verità, che dà un senso della realtà, e nella capacità umana di comprendere tale senso, se non esistesse una facoltà umana di costruire strutture (i modelli matematici) capaci di rappresentare il reale in modo efficace (cioè *una rappresentazione che sia ultimamente capace di cogliere i nessi tra tutti i fattori in gioco)*, allora non esisterebbe la ricerca scientifica: tutto sarebbe dominato dalla pura casualità e/o dal puro utilitarismo.

3. Dall'imparare meccanico alla conoscenza critica.

Troppo spesso, in gran parte per colpa di come viene insegnata, la Matematica è identificata con *un insieme di regole* "costringenti", applicate senza fantasia (attraverso aridi calcoli numerici, operazioni obbligate, sillogismi cavillosi e passaggi da mandare a memoria, ecc...). In altre parole, viene pensata come un luogo in cui *la libertà personale non ha cittadinanza*, anzi deve auto-sospendersi per non "alterare" l'oggettività della formula.

Se così fosse veramente, non ci potrebbe essere che un modo meccanico di impararla ed ogni coscienza critica sarebbe impossibile. Né sarebbe possibile fare alcuna "esperienza" della matematica, perché sarebbe impossibile esprimere un giudizio sul "fare" matematico. La conoscenza critica, infatti, richiede l'esercizio della libertà, e la libertà può essere esercitata solo da un soggetto. La libertà è sempre in gioco nella conoscenza, tanto che l'atteggiamento morale dello scienziato è amare la verità dell'oggetto più ancora che le proprie opinioni.

Per introdurre la dialettica "regole-libertà", vorrei preliminarmente documentare che *è possibile fare esperienza della matematica*. Non servono ragionamenti, ma occorre creare occasioni affinché tale esperienza possa darsi e sgombrare il campo dalle obiezioni del tipo "Sarebbe bello, ma...". La mostra "Da Uno a infinito" ha voluto contribuire al tema del Meeting 2010 proponendo l'esperienza del fare matematica. Credo che l'obiettivo sia stato raggiunto ed ora la mostra è disponibile per essere proposta nelle scuole e nelle università, affinché tale esperienza si rinnovi.

Senza nulla togliere a Raffaella Manara ed a Marco Bramanti, che sono state le colonne portanti di quell'impresa, vorrei ricordare il profetico suggerimento di alcuni studenti universitari che così ci avevano scritto nella fase iniziale:"Quello che ci sembra essenziale è l'immedesimazione del visitatore con il matematico: solo così uno può uscire dalla mostra dicendo 'Io ho scoperto qualcosa' e avendo capito di più la propria natura di uomo, qual è il motore che è in tutti gli uomini e senza il quale non si sarebbe potuta sviluppare la matematica e ogni altra forma di conoscenza

[Nicola Abatangelo, Martino Borello, Brunella Spinelli, Giacomo Zanella]

3.1. Regole e libertà: l'esperienza della matematica

La Matematica evidenzia *in modo paradigmatico* come la ragione umana stia di fronte alla realtà in una perenne sfida tra “regola” e “libertà”. In particolare, laddove emerge la sua dimensione non intuitiva (come nei problemi sugli insiemi infinti), essa è per molti aspetti una *scienza paradossale* (nel senso letterale del termine, dal greco *parà-doxon*).

Attenzione: paradossale non significa assurdo, irragionevole, ma indica qualcosa di ragionevole che però si colloca oltre l’orizzonte del senso comune.

Qualcosa, insomma, che stimola la libertà della ragione ad andare *oltre la regola*. ESEMPIO. Nella mia carriera scolastica pre-universitaria ho fatto anch’io, come tutti, l’esperienza deprimente della Matematica come insieme di regole ed esercizi noiosi. Ma con almeno una mirabile eccezione: lo studio della *geometria euclidea*, in particolare dei teoremi di Pitagora, Euclide e Talete e dei criteri di uguaglianza e similitudine tra due triangoli.

Attraverso la trilogia "ipotesi, tesi, argomentazione dimostrativa" è possibile fare esperienza della matematica ed in particolare della dialettica tra regole e libertà. Innanzi tutto, capisci solo facendo: perché una dimostrazione è un cammino, che parte dalla ipotesi ed arriva alla tesi, ed un cammino è fatto di passi, ogni passo ha le sue regole. Ma ogni passo è verso qualcosa, è orientato ad un compimento.

E' ben noto che una dimostrazione si “deve vedere”, prima ancora di cominciare a scrivere i passaggi. Come in un cammino, si deve "vedere" la meta per orientare i propri passi. E si deve anche desiderare di giungere alla meta, come in una escursione in montagna. Ne segue che il desiderio, l’intuizione, l’allenamento dell’occhio (della ragione) a vedere le cose è tanto importante quanto la conoscenza delle regole. Quindi la soggettività è importante quanto l'oggettività. Le regole da sole non bastano: è come avere tutti gli strumenti ed i materiali per costruire una casa, ma non avere i disegni del progetto: mica puoi mettere i mattoni uno sull’altro a caso! E' come progettare un viaggio senza avere una mappa su cui disegnare il percorso tra partenza ed arrivo.

NOTA. Oggi il predominio della componente algebrica su quella geometrica è la principale causa della terribile noia della Matematica nei curricula scolastici. E questo predominio è dovuto (seppur inavvertitamente) all'avvento del computer, che "mastica" il linguaggio algebrico e non quello geometrico. Ma il computer non si annoia, l'uomo sì.... Analogamente, l'uso delle mappe nel progettare i viaggi è stato sostituito dal "navigatore satellitare": e non sei più libero di scegliere....

Il danno conseguente è enorme: gli studenti di Ingegneria, per esempio, non sanno più nulla di geometria (sintetica, analitica, trigonometrica) e questo impedisce loro di comprendere a fondo una grande quantità di argomenti: per esempio, la cinematica dei sistemi, che è la chiave dell'intera meccanica.

Conclusioni.

“La Matematica si scopre o si inventa?” chiesero un giorno al più noto matematico italiano del secondo novecento, Ennio De Giorgi (Lecce 8-2-1928/ Pisa 25-10-1996). Ed egli rispose che:

- le affermazioni della Matematica (Teoremi, Lemmi, Corollari, ecc.) si possono solamente scoprire, in quanto sono verità immutabili (le “regole”).

- le dimostrazioni di tali affermazioni, invece, sono un'invenzione della libertà umana: è la "libera scelta" del cammino...
Pensate che solo per il teorema di Pitagora esistono moltissime dimostrazioni, tutte diverse tra loro (si veda ad esempio il catalogo della mostra "Da Uno a infinito"). Il sito http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/index.shtml ne riporta ben 69!
Potremmo dire che la verità matematica "esiste ed è unica", ma NON esiste un unico sentiero per giungere ad essa. Esistono percorsi personali, che da un lato sono "oggettivi" (perchè costruiti con regole rigorose) e dall'altro sono "soggettivi", cioè da inventare.
Ognuno può trovare il suo cammino per giungere alla tesi, pur nel rispetto delle regole. E potrebbe essere un cammino "nuovo", mai percorso da altri. Percorrere un sentiero già tracciato seguendo una guida, può essere utile nell'apprendimento del metodo, ma non è "fare esperienza" della matematica. Per fare esperienza occorre mettere in gioco la propria libertà assumendo il ruolo del protagonista, cioè "immedesimandosi con il matematico"**.**

3.2. Non si fa esperienza senza porre domande.
La conoscenza critica si sviluppa come *coscienza consapevole dell'esperienza del reale, di ogni aspetto del reale*. Ma, come dice Gadamer: "*non si fa esperienza senza porre domande*" (H.G. Gadamer, Verità e Metodo, Bompiani, 1983).
Quindi la conoscenza critica di una qualsiasi materia si può sviluppare solo se il soggetto pone domande su di essa. Ma quali domande? E per ottenere che cosa?
"il domandare è il motore dell'intelligenza, è l'inevitabile portatore della questione della verità..... (F. Botturi, *Unità della persona e unit*à del sapere. Relazione al convegno "Le nuove responsabilità dei docenti universitari di fronte al cambiamento", Napoli 19-20 Aprile 2008)
L'obiettivo di ogni domanda è ottenere una risposta, ed ogni risposta è un pezzetto di verità. Ogni domanda, quindi, è inevitabilmente una domanda di verità.
La coscienza che ho oggi della mia esperienza di *ricercatore* è che questa non si limita alla cosiddetta "ricerca scientifica", ma coinvolge la ricerca del senso di tutte le cose, la ricerca delle risposte alle domande che ogni uomo, fin da bambino, si fa. Perciò essere *ricercatore* costituisce oggi la mia vocazione, la mia coscienza di essere persona.

3.3. Ragionare significa cercare risposte (vere) alle domande.
L'uomo possiede un grande strumento per cercare la verità, cioè per conoscere le risposte alle domande che si pone: la sua intelligenza.
"l'uomo è grande per la sua intelligenza, mediante la quale conosce se stesso, gli altri, il mondo e Dio". [Giovanni Paolo II, Discorso ai partecipanti al III "Meeting per l'amicizia tra i popoli", Rimini, 29 agosto 1982]

Ciò che manca oggi all'uomo non è lo strumento per ragionare (oggi gli studenti dotati di buona intelligenza non sono meno di quelli di un tempo), manca piuttosto la fiducia che tale strumento sia adeguato a indagare la realtà. Si dubita, cioè, che "valga la pena farsi delle domande su...", o perché si dubita che le risposte a tali domande esistano, o perché si dubita che siano accessibili alla conoscenza razionale.
Attenzione, però, la fiducia che la ragione umana sia *strumento adeguato* a indagare la realtà sussiste pur nella consapevolezza che con esso *non è esaustivo*, cioè non potrà mai conseguire una conoscenza completa ed esauriente dell'oggetto.
Per quali ragioni si sta spegnendo il desiderio di domandare? I mezzi di comunicazione di massa forniscono risposte pre-confezionate su tutto, ed i più si accontentano. In tal modo è venuto meno

lo stupore per il "dato" della realtà, per ciò che accade e per come accade: quindi non emerge più la domanda del "perché è così?". In fondo, ogni studente si rapporta alle conoscenze che cercate di trasmettergli in due modi: o crede di saperle già, perché ne è stato "informato" (dalla TV, da internet, ecc.), oppure, *se non le conosce, ritiene che non siano importanti* (se no i mezzi di comunicazione ne avrebbero parlato...) *e quindi che siano inutili*.
La mancanza di desiderio di conoscenza si accompagna ad un'esasperazione dell'*utilitarismo* e del tecnicismo: se chiedo ai miei studenti “Perché volete fare gli ingegneri”, le risposte sono “Perché si fanno i soldi, perché si può esercitare un ruolo di comando sugli altri, per il prestigio, ecc.” (A quelli che mi danno la prima risposta, comunque, consiglio di cambiar strada e suggerisco, a ragion veduta, di fare gli idraulici!). Oppure sono loro a domandarmi "Ma questo a cosa serve?", riferendosi alla futura pratica professionale, oppure "E' una tecnica che mi potrà servire?". Poiché il mio mestiere non è quello di addestrare scimmie, la mia risposta è sempre una sola: "E' utile proprio perché non serve immediatamente, perché è *formativo*". Io insegno agli ingegneri una materia di base, non "professionalizzante", quindi mi paragono ad un preparatore atletico: "Altri insegnano a dribblare e tirare i rigori: io insegno ad avere il necessario controllo sui muscoli per far fare loro quello che il cervello comanda. E questo serve, eccome!".
"Il programma di una scuola impossibile ... In essa io ristabilirei lo studio delle lingue classiche. E innanzi tutto per la ragione stessa per la quale sono trascurate oggi: esse sono totalmente inutili e ci danno quindi l'idea del valore di ciò che è inutile ... Si dice: 'non servono a nulla'. Che magnifico elogio! Ciò che 'serve', per definizione, è servile."

[R. Brague, Un'educazione sognata, relazione al convegno "S-valutare l'università", Roma 19-20 marzo 2010]

Ma esiste anche un altro aspetto di questo fenomeno: molto spesso siamo proprio noi insegnanti a spegnere quel desiderio di conoscenza, a rendere impossibile la domanda da parte dello studente.
" Siamo addestrati ed addestriamo a perdere la capacità di porre "perchè", come se farlo fosse un insulto all'autorità dell'interlocutore."

[D. Starnone, Solo se interrogato, Feltrinelli, 1998].

Quando nel 1982 facevo esercitazioni di meccanica razionale per 300 allievi ingegneri dell'università di Bologna, ero sommerso dalle domande che nascevano dalla loro esperienza quotidiana: dal comportamento dinamico della moto in curva al funzionamento del differenziale di un'auto, dalla traiettoria delle gocce di pioggia al moto dei pianeti. Oggi è sempre più difficile un'esperienza così. Perché questa difficoltà degli studenti a fare domande al docente? Sono forse totalmente privi del desiderio di conoscere? Non credo. Piuttosto, dubitano che valga la pena di fare domande al docente!
Il problema siamo noi insegnanti, che o non abbiamo certezze o, peggio, se le abbiamo non sappiamo darne ragione. Di fronte ai nostri studenti ricordiamoci che anche per loro *fare esperienza* di qualcosa vuol dire *comprenderne le ragioni!*
La certezza, in matematica, si basa sul metodo di indagine e di ragionamento: appropriarsi di esso consente allo studente (se sollecitato ed aiutato in tal senso) di sviluppare propri ragionamenti e non ripetere ragionamenti di altri. Cioè, consente di fare esperienza del “fare matematico”. Fare, anche solo una volta, questa esperienza rende lo studente fiducioso nelle proprie capacità di apprendere la matematica. Chi dice "tanto io di matematica non capisco niente" lo dice (9 volte su 10) perché non ha provato a fare questa esperienza, ma avrebbe tutte le capacità razionali per "capire la matematica".

Conclusioni.
Penso che le questioni poste da questi due aspetti siano decisive: delineano, infatti, il compito del docente oggi, quello di far rinascere la "curiositas" (desiderio di conoscenza) negli studenti, comunicando loro la propria fiducia nello strumento e nel metodo di indagine. Dunque "non basta che io (insegnante) ragioni bene", come è stato detto nella relazione di Bramanti. Insegnare non è appena una questione di competenza. Ma allora, come si deve fare?
Su questo ho un'idea poco ortodossa, ma in me radicatissima e supportata dalla mia trentennale esperienza di insegnamento universitario: *insegnare una disciplina matematica è insegnare a vivere*. Quando vado in aula (una specie di fossa dei leoni con 250 studenti "ruggenti") non vado a proporre un'idea, magari "attraente", della mia disciplina, non cerco di affabulare la folla con giochi di prestigio, ma vado a proporre il mio modo di vivere la disciplina, con tutto il rigore, le certezze ed i limiti, la passione e l'entusiasmo di cui sono capace. Quindi propongo me stesso, perché io sono in quel momento la circostanza attraverso cui ognuno dei 250 studenti può incontrare la mia disciplina.
Bravo o somaro che io sia, eloquente o balbuziente, io rappresento la porta attraverso cui ciascuno di loro può entrare in relazione con quel pezzo di realtà che è la mia disciplina. Ed introdurre alla realtà non è altro che insegnare a vivere.
La soggettività nell'insegnare non è un limite, anzi è un elemento indispensabile per poter comunicare la conoscenza. Parafrasando una celebre frase di S.Agostino, direi che non si può insegnare veramente se non ciò che si è amato.

3.4. Insegnare a ragionare: la passione conoscitiva e comunicativa.
Sono due, in linea generale, i modi in virtù dei quali possiamo conoscere.
Il primo è dato dalla *percezione diretta*, fisica o mentale, di un evento, come quando ci capita di assistere personalmente a un incidente stradale in cui cogliamo immediatamente, per esempio, la responsabilità dell'automobilista A che tampona B. In questi, come negli altri casi analoghi, la verità è evidente, e non ha bisogno di essere dimostrata.
Il secondo modo di conoscere è ottenuto tramite *ragionamento*, che al contrario consiste nell'accumulare prove, indizi della presunta verità, proprio perché non la riconosciamo come tale a prima vista. Si tratta in generale di "prove indiziarie", apparentemente diverse dalle dimostrazioni dei matematici (ma ne parleremo più avanti). Questo secondo modo di conoscere, benchè più incerto, è quello che ci appassiona di più. Perché coinvolge in una ricerca: la ricerca delle ragioni, dei comportamenti che generano i fatti che osserviamo. Se incontriamo per strada un incidente, osserviamo i mezzi A e B ammaccati e di traverso: quale sarà stata la dinamica dell'incidente? quali le responsabilità? La stessa dinamica può essere alla base di un romanzo poliziesco. Ma in fondo anche la ricostruzione della storia a partire da fatti e documenti segue questa dinamica. Io la definirei *la passione della ricerca dei "perché".*
Nella vita non possiamo fare a meno di questo secondo modo di conoscere. Anzi, è quello che maggiormente ci affascina e ci fornisce la conoscenza indispensabile per orientare le nostre scelte, anche pratiche, laddove non sia possibile la percezione diretta. La libertà che si mette all'opera quando facciamo una scelta è guidata dai risultati della nostra ricerca appassionata, e questo è un altro aspetto dei tanti legami che sussistono tra la soggettività dell'essere e l'oggettività della conoscenza.

1. Passione conoscitiva.
Non si conosce veramente se non ciò che si ama (S. Agostino).
Io amo la matematica, e non per modo di dire, tanto che mia moglie (che pure amo più della

Matematica) ne è gelosissima. Andrebbe però precisato che si tratta di un "amore per la cosa che è l'*obiectum*, il bersaglio della disciplina" [E. Rigotti, *ibidem*], non per la disciplina in sé. Io amo la matematica perché è al contempo scoperta ed invenzione: scoperta della verità *oggettiva* (i teoremi) ed invenzione della strada *soggettiva* per arrivare ad essa (le dimostrazioni). La amo perché mi costringe ad andare "oltre il senso comune", perché è "paradossale".
All'inizio della mia carriera mi vergognavo di ammetterlo, come se questo approccio soggettivo alla disciplina ne contaminasse le radici oggettive. Col tempo ho imparato non solo che non c'è nulla di cui vergognarsi, ma che al contrario è solo amando la verità dell'oggetto più ancora delle proprie opinioni che si garantisce l'oggettività dei risultati della propria ricerca.

2. Passione comunicativa.

Nell'esercizio della propria professione, il rischio di ogni insegnante, ma soprattutto degli insegnanti di matematica, è l'*abitudine*. "Ab assuetis non fit passio" è una locuzione latina che letteralmente significa: "Dalle cose abituali (alle quali siamo assuefatti) non nasce la passione". La passione conoscitiva nasce dal non essere assuefatti alla realtà, cioè non fare l'abitudine a "se stessi, gli altri, il mondo e Dio".
"Insegnare" non vuol dire dare risposte alle domande, ma insegnare a domandare e a desiderare, nonché accompagnare nella ricerca delle risposte (la cui scoperta è sempre un avvenimento personale) comunicando la certezza che queste sono accessibili alla ragione umana. Insegnare a ragionare è innanzi tutto insegnare all'allievo a porre domande nella certezza che esistono le relative risposte e che queste sono accessibili alla sua comprensione.
Perciò si può essere ottimi insegnanti senza conoscere in anticipo né tutte le possibili domande, né tutte le relative risposte.
ESEMPIO. Sapete quale momento del mio insegnamento mi esalta di più emnel contempo, è anche il più apprezzato dai miei studenti? Quando, durante l'ora settimanale di ricevimento o negli intervalli tra un'ora di lezione e l'altra, mi sottopongono quesiti, esercizi o problemi che non conosco, e così mi metto a risolverli assieme a loro. Le prime volte avevo un po' paura: e se poi non arrivo in fondo e faccio una figuraccia? Poi ho capito che non è il successo immediato che viene apprezzato dallo studente: ma piuttosto il fatto che sei lì con lui e come lui non sai la soluzione, che gli mostri come muoversi in questi casi, che anche tu puoi sbagliare, ma se sbagli ti rialzi e riparti, che sai cosa fare se il primo approccio non funziona, ecc. Insomma, lo studente apprezza che gli stai insegnando a ragionare.

3. Consapevolezza dei modi e dei fini.

Quante volte l'insegnante di matematica (ben più di tutti gli altri insegnanti, per la verità) si sente domandare "perché dobbiamo studiare questo argomento?", che vuol dire "perché, a che scopo, si deve fare questo?". La domanda sui fini è ineludibile: non si può rispondere "perché è così, e basta". Talora la domanda viene piegata sul versante utilitaristico: "a che cosa serve?", ma molto più spesso la formulazione degli studenti ha una portata più vasta. Guai se è l'insegnante a ridurla in termini di utilità!
E' una domanda importante, anche se difficile, per l'insegnante. E' come se qualcuno gli chiedesse "Cosa c'entra con le stelle? Cosa c'entra con tutto quello che *vale veramente la pena di conoscere* della realtà?". Lo provoca a dire che nesso c'è tra la disciplina che insegna ed il destino del mondo. Insomma lo provoca a comunicare la coscienza che ha della propria vocazione. Perché di questo si tratta: dare le ragioni del perché l'insegnante è lì con loro a spiegare matematica. Se la matematica non fosse un fattore importante della vita di ogni uomo, sarebbe una inutile perdita di tempo, mentre la vita pulsa altrove.

Conclusioni.

Insegnare a ragionare non è altro che introdurre lo studente alla conoscenza critica della realtà. La conoscenza critica comporta consapevolezza dei modi e dei fini: è possibile acquisirla "ragionando", cioè sorprendendo la propria ragione "in azione", e "giudicando", cioè scoprendo i nessi e le relazioni tra tutti i fattori in gioco. La conoscenza critica è utile perché svela la bellezza della realtà, e riempie di senso la nostra vita mettendo in relazione la nostra intelligenza con la verità delle cose. Acquisire e comunicare questa conoscenza è però difficile, perché non si riduce ad un fatto tecnico, ma coinvolge tutta la nostra persona.